

数式処理と教育

高橋 正*

神戸大学発達科学部

(RECEIVED 2005/07/31 REVISED 2005/08/28)

概 要

数学教育における数式処理システムの利用及びその普及については、以前から提案されてきた。これまでの活動を発展させるためには、認知科学的研究成果を踏まえたものでなければならない。数式処理システムは、数学を行う強力な道具である。強力な道具は、使い次第で効果的な道具になる。そして、それを数学教育で活かすためには、認知科学を踏まえた上で紙と鉛筆を道具とする指導法とは異なる指導法が必要である。これまで数式処理システムを数学教育において用いた研究では、数式処理システムを認知的道具としての位置付けがなされていない。数学教育において数式処理システムの使用を道具という位置付けで捉え、それが解決者の思考に対してどのような作用を果たすかを分析しなければならない。本稿では、それらの枠組みを示す。

1 はじめに

数学教育における数式処理システムの利用及びその普及については、以前から提案されてきた。1990年代に提唱された数学教育の情報化において、数式処理システムの利用はその活動の一部であった。それらの研究は、数式処理システムを数学教育における“道具”として、効果的な使用方法を開発し、数学教育の指導法として成果が上がるという予感を持たせるものであった。しかし、数学教育における数式処理システムの利用は、どのような理念の元で進められ、その行き着く先はどのようなことを目的にするのか、といった方向性がはっきりしていなかった。そのため、その利用の試みは、一部の熱心な数学教師の活動にとどまっていた。

これまでの活動を発展させ、“数学教育における数式処理システムを用いた効果的指導法の開発”を継続的に行うためには、それに取り組む必要性を多くの数学教師が共有し、またその活動は認知科学的研究成果を踏まえたものでなければならない。

2 認知科学の必要性

数式処理システムは、数学の計算や思考の際、道具として用いることができる。「道具とは、単に人間の衣食住や行動を助ける外在的な道具のみならず、人間が認識したり、伝達を行うこと

*takahasi@kobe-u.ac.jp

を助ける, 例えば言葉のような人間の内にある内在的な「道具」を含んでいる. そして, 数学もこのような人間の発明した「道具」の一つとしてみることができる」([1]). 数式処理システムは, 外在的道具である. 外在的道具は, 内在的道具の活動を促進し, 人間の道具使用全体の効率を促進することができる.

数式処理システムの効果的な利用は, 新しい概念を見出す時やそれを理論化する際に重要な役割を演じることになる. 数式処理システムは, 外在的道具として, 実際に計算する労力を省いたり, 手早く数学的作業を行うことを可能にする為に開発された道具である.

現在の数式処理システムは, 数式処理という名前ではあるが, 記号処理演算を行う範囲を超えて, グラフィックス処理・構造を持ったデータの処理・文章の処理等を行うものになっている. これらの機能を活かすことにより, 数式処理システムは, 数学を行う強力な道具となった. 強力な道具は, 使い次第で効果的な道具になる. そして, それを数学教育で活かすためには, 認知科学を踏まえた, 紙と鉛筆を道具とする指導法とは異なる新たな指導法が必要である.

数学教育において, 数式処理システムの効果的な利用を目指す場合, このような認知科学における「外在的道具」としての位置付けを明確にし, どのような働きをするのかに焦点を当てた研究をしなければならない. ただ単に, その機能を利用した断片的な研究では, 数式処理システムを数学教育において効果的に利用するための継続的かつ発展的な研究にはならない. 特に, 問題のアプローチの仕方に変容をもたらすものとしての「外在的道具」という観点からの考察が重要である.

3 認知科学の視点

3.1 認知的道具論

数式処理システムという外在的道具の存在は, 人間のある能力を代替し, 新しい可能性をもたらすとともに, 同時に今までとは違った能力や知識を要求する. どのような知識や能力が要求されるのかを明かにすることは, 数式処理システムを用いた数学教育の効果を考える際に重要である. これについて, Norman の認知科学的理論がある ([2]).

Artifact とは, 「人間によって作られた, もしくは修正されたもの」を示すものとする. Norman は, Cognitive Artifact (認知的道具) という言葉を用いて, 物理的な Artifact が個人の認知上に果たす情報処理理論的役割を分析している. これは数学教育において数式処理システム (外在的道具) が人間と数学 (内在的道具) の問題の間に入って果たす役割を分析して行く際に役立つ枠組みである.

人間と数式処理システムを組みにして捉えれば, 数式処理システムは人間の演算能力を増大させると見ることができる. しかし, その人間が数式処理システム抜きにできる演算は以前と変わっていない. この意味では, 数式処理システムという道具は人間の能力を増大してはいない. 逆に, 数式処理システムの使用は人間にとって瞬時に多くの演算結果に関する判断をせまっていると捉えることができる. 「数式処理システム + 問題」という見方をすれば, 問題を数式処理システムの機能を用いて行うという課題に人間を向かわせている.

道具を使って問題に取り組んでいる人間を, 外から見る場合には, 人間・道具 [Artifact]・問題を一つのシステムとして捉えることができる. このような捉え方を, Norman は, system view

と呼んでいる．このように「人間+ 数式処理システム」というシステムで捉えれば，あたかも，数式処理システムは人間の能力を増しているように捉えられる．この捉え方は，道具を捉える見方としては，ある意味では，自然なものである．

視点を課題を遂行する個人に移してシステムを捉える見方を personal view と呼んでいる．この personal view ，すなわち個人の視点に立てば，道具は人間の認知能力を増大するのではなく，課題を変容させている．人間は，その道具を使用するための新しい手続きを学習することを強いられる．数式処理システムを使用する場合，問題解決のプランは次のようなものになる．

- (1) 数学としての課題（問題）を認識する．
- (2) その課題を実行（問題を解決）するためには，数式処理システムのどのような機能で遂行可能かを考える．
- (3) (2) に基づいて，数式処理システムの一連の手続きを実行する．
- (4) 結果を得る．
- (5) その結果の意味（課題に対する意味付け）を考える．

数式処理システムを問題解決型（もしくは問題探究型）のソフトウェアと位置付け，その効果を論じる場合，多くは system view の観点に立って人間の認知能力の補助・増進が指摘されてきている．しかし，個人にとって何が能力として獲得できたかを論じる場合には，personal view に立った分析が必要である．

3.2 表象

認知的道具の特徴は，その中に表象すなわち実際のものの変わりとなるモデルを備えていることである．認知的道具を使用する場合，そのような表象に対して人間の認知は働いている．数式処理システムで言えば，表示部（コンピュータの CRT）と数字・文字・記号キーが実際の表象となっている．人間はそれらの表象を操ることによって，実際の演算を行っているように振る舞える．認知的道具の中にある表象には次の三つの要素があり，お互いに関係している．

- 表現されている世界
- 表現している世界
- 解釈者

表象の中で，「表現されている世界」と「表現している世界」との間の関係は，大きく分けると二つになる．一つは，「表現している世界」が「表現されている世界」の表面的部分を模している場合である．よく見られる具体物の絵を画面上で操作させる場合等がこれに該当する．この場合，認知的道具を操る人間は若干の操作を除いては，実際の対象に行っていた操作や解釈をそのまま適用することになる．もう一つは，「表現している世界」が独自の表象を持ち，それが「表現されている世界」と構造的に関係する場合である．画面上の形式はインターフェイスとして利用されている場合である．

3.3 認知的道具の直接性と引き込みの度合

道具を使う場合、「表現している世界」を解釈し、操作することが、「表現されている世界」を扱うことの代わりをしている。紙と鉛筆の状況は、二つの世界がほとんど同一であるが、数式処理システムを用いて画面上に表示されている数式を操作する場合等は、明らかに二つの世界に違いがある。

この状況において、認知的道具における直接性もしくは引き込みという観点をもたらす。認知的道具を使用する人間ともの課題との間の関係は、コンピュータを用いる場合は、「表現されている世界」において操作しようとしていることを「表現している世界」を操作して、「表現している世界」内で操作すること、または「表現されている世界」で生じていることを解釈して「表現されている世界」で生じていることを理解しなければならない。

二つの関係が直接的であるかどうか、そしてその人が上記のことが出来るかどうかによって、「人間・道具・問題」というシステムの中で、取り組んでいる問題への人間の引き込まれる度合や直接性の度合が決定する。このような認知的道具の直接性や引き込みの度合を上げるには、認知的道具のデザインを変えたり、二つの世界の間翻訳と解釈の訓練が必要となる。

4 今後の課題

これまでの数式処理システムを数学教育において用いた研究では、数式処理システムを認知的道具としての位置付けがなされていなかった。したがって、認知科学的研究として発展していない。数学教育における数式処理システムの使用を、道具という位置付けで捉え、それが解決者の思考に対してどのような作用を果たしているのかを分析しなければならない。そして、Norman の Cognitive Artifact 論に基づいた三つの観点、すなわち認知的道具論・表象・認知的道具の直接性と引き込みの度合の三つの観点が道具と思考の間に関わりを捉えて行くための観点として働くことを明らかにする実証的研究を行わなければならない。

参考文献

- [1] 近藤洋逸編, 数学の歴史, 毎日新聞社, 1970.
- [2] D. A. Norman, "Cognitive Artifact", paper presented in the Workshop on Cognitive Theory and Design in Human-Computer Interaction, 1990.